

Разработчик:
учитель информатики
Губина Т.Н.

Методическая разработка системы интегрированных уроков
по информатике и математике
в 10 классе

Урок № 5

Тема: Графические возможности системы Maxima

Цель урока:

- обучающая: закрепить знания и умения учащихся по линии «Функции и их графики», изучить графические возможности системы Maxima, научиться выполнять построения графиков различных функций средствами системы Maxima;
- развивающая: развитие памяти, мышления, воображения, устной речи; развитие навыков контроля и самоконтроля, сосредоточенности; способности четко формулировать свои мысли; продолжить развитие навыков работы на компьютере; интереса к предметам математика и информатика;
- воспитывающая: приобщение к исследовательской деятельности; развитие кругозора; воспитание аккуратности при выполнении практических работ; воспитание культуры труда учащихся, воспитание постоянной готовности сильного ученика к ответу в любой ситуации.

Оборудование: мел, доска, 12 компьютеров IBM PC, экран, проектор+компьютер, ОС ALT Linux Master, графическая оболочка wxMaxima, презентация «Графические возможности системы Maxima», карточки с заданиями.

Межпредметные связи: применение полученных знаний, умений и навыков для выполнения домашних заданий по математике, самоконтроля.

План – конспект урока:

1. Начальный этап урока: (5 мин)

- 1) организационный момент
- 2) устный опрос по цепочке
- 3) проверка домашнего задания
- 4) постановка цели урока
- 5) знакомство с этапами урока

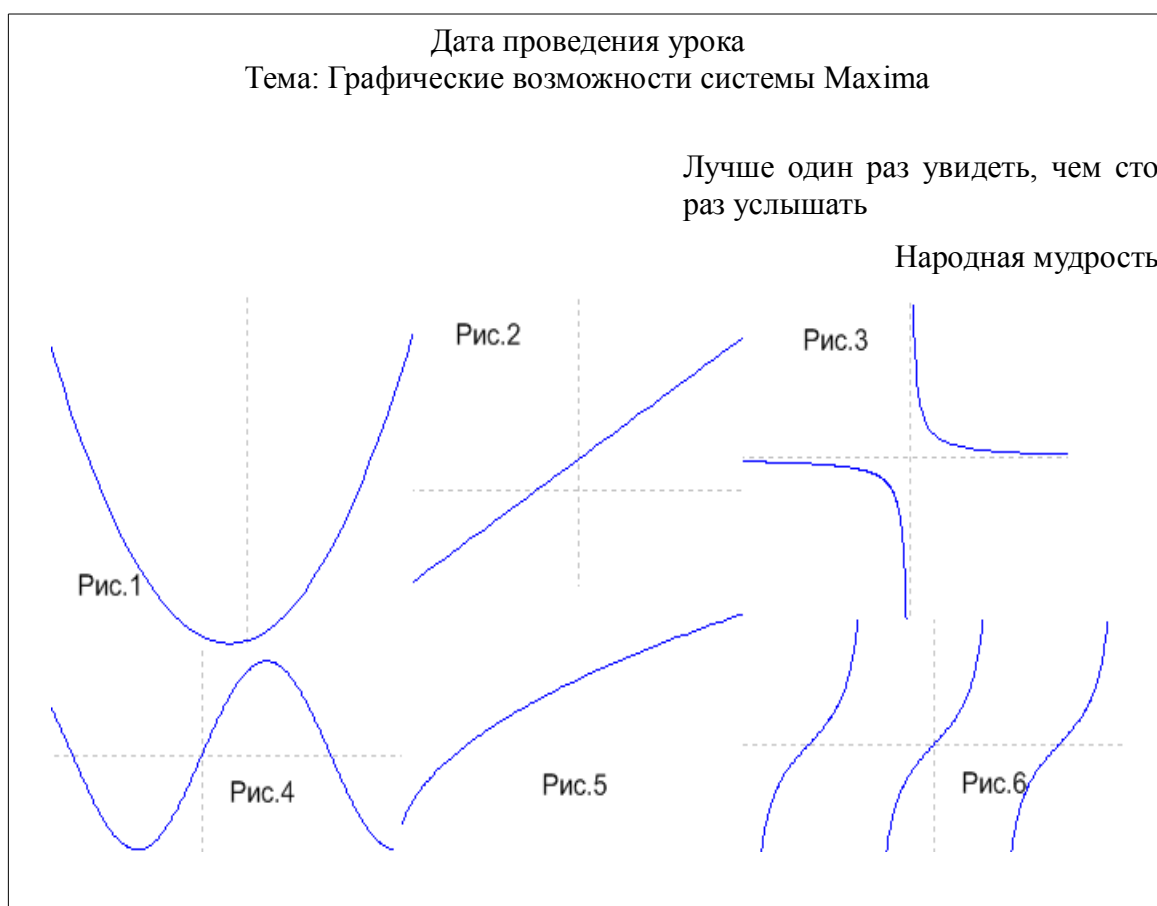
2. Основная часть урока: (33 мин)

- 1) объяснение нового материала с использованием презентации (6 мин)
- 2) первичное закрепление материала: работа учеников с системой Махіма под руководством учителя (12 мин)
- 4) закрепление изученного материала: индивидуальная работа учеников с системой Махіма (8 мин)
- 5) исследовательская работа учащихся (7 мин)

3. Заключительный этап урока: (2 мин)

- 1) итог урока
- 2) домашнее задание

Оформление доски:



Ход урока:

1. Начальный этап урока:

Организационный момент: проверка готовности учеников к уроку, отмечаем отсутствующих учеников.

Устный опрос по цепочке (тетради и учебники закрыты)

Учитель объявляет тематику вопросов: Команды и функции системы Махіма.

Учитель задает первый вопрос одному из сильных учеников, он отвечает на поставленный вопрос, затем формулирует свой вопрос и называет фамилию ученика, который отвечает на вопрос и, в свою очередь, задает вопрос, называет фамилию отвечающего и т.д.

В том случае, если ученик не может быстро ответить на поставленный вопрос, вопрос передается другому ученику.

Проверка домашнего задания

Вопросы:

1. Что такое функция?
2. Что называется графиком функции?
3. Дайте определение линейной функции. Что является ее графиком?
4. Дайте определение квадратичной функции. Что является ее графиком?
5. Дайте определение дробно-рациональной функции. Что является ее графиком?
6. Что является графиком функции $y = \sqrt{x}$?
7. Какие функции являются тригонометрическими? (Назовите их)
8. Какие существуют способы построения графиков функций?

Работа с доской: Графики каких функций изображены на рисунках? (назвать номер рисунка и функцию)

Постановка цели урока

Сегодня на уроке мы знакомимся с методами построения графиков функций в системе Maxima, научимся строить графики известных вам функций. (ученики записывают в тетрадь число, тему урока)

Знакомство с этапами урока

Начнем мы урок с изучения команд системы Maxima для построения графиков в декартовой системе координат, затем построим графики функций из домашней работы, закрепим полученные навыки при выполнении самостоятельной работы и в конце урока вы проведете небольшую исследовательскую работу.

2. Основная часть урока:

Объяснение нового материала с использованием презентации

Учитель, используя презентацию, знакомит учеников с основными командами для графической визуализации (приложение к уроку № 5)

Для графических построений в системе Maxima предусмотрены две функции - plot2d и plot3d (одно из значений слова plot — график, а аббревиатуры 2d и 3d переводятся как двумерный и трехмерный). (Слайд 2)

Графические возможности в Maxima реализованы посредством внешних программ. По умолчанию, построением графиков в Maxima занимается программа gnuplot и разрабатываемый вместе с Maxima и идущий в ее же пакете orenmath. Синтаксис функции plot2d: (Слайд 3) (ученики записывают команды в тетрадь)

plot2d(выражение, [переменная, начало, конец]) - в случае построения одного графика функции

plot2d([выражение1, выражение2, ...], [переменная, начало, конец]) - в случае построения нескольких графиков функций

Выражение задает функцию, график которой нужно построить, переменная — неизвестное, входящее в выражение, начало и конец задают отрезок оси OX для построения графика, участок по оси OY выбирается автоматически, исходя из минимума и максимума

функции на заданном промежутке.

Для построения графиков функций можно использовать несколько способов. Рассмотрим их. Пусть требуется построить график функции $y=3x+5$. (Слайд 4)

Вопросы к ученикам:

Какая это функция? (линейная)

Что является графиком этой функции? (прямая)

В каких координатных четвертях лежит график функции? (в 1 и 3)

Давайте рассмотрим первый способ построения графиков на плоскости. (Слайд 5) Зададим команду в строке ввода и нажмем клавишу ввода. В результате у нас откроется окно программы `gnuplot`, в котором будет отображен график функции. Во-первых, в окне отображается координатная плоскость, оси которой — пунктирные вертикальная и горизонтальная линии — пересекаются в начале координат. Во-вторых, размеры окна можно увеличивать и уменьшать. В-третьих, при перемещении курсора мыши в области координатной плоскости в левом нижнем углу отображаются координаты текущей точки. Таким образом можно установить приближенные координаты, например, точек пересечения графика функции с осями.

Второй способ заключается в использовании диалогового окна. Чтобы его вызвать, выбираем пункт меню *График*, подпункт *График 2d*. (Слайд 6) В строке *Выражение* задаем $3*x+5$, задаем левый и правый концы по оси Ox , по оси Oy значения можно не изменять, но, если требуется, это можно сделать. Дополнительно можно из списка Опции можно выбрать, например, `set grid` — нанести линии сетки на координатную плоскость. После нажатия на кнопку `Ok` получим изображение графика (Слайд 7) и ячейку ввода в документе:

```
plot2d([3*x+5], [x, -4, 4],  
[plot_format, gnuplot],  
[gnuplot_preamble, "set grid;"])
```

Как видим, здесь появились дополнительно опции. Первая из них указывает на то, что используется программа `gnuplot`, а вторая — что используется дополнительная опция: вывод линий сетки.

Вопрос к ученикам: Какой способ построения вам понравился больше?

Давайте теперь рассмотрим, как с использованием диалогового окна построить несколько графиков в одной системе координат. Для этого мы выбираем пункт меню *График*, подпункт *График 2d*. (Слайд 8), в строке *Выражения* через запятую задаем выражения для функций, графики которых мы хотим построить, например, $y=x^2$, $y=\cos x$, $y=\sqrt{x}$. Нажимаем на кнопку `Ok` и получим изображение графиков функций. (Слайд 9) Как видим, независимо от нас каждый из графиков функций отобразился своим цветом. Причем в верхнем правом углу есть указание: графику какой функции какой цвет соответствует.

Вопрос ученикам: Для решения какого рода заданий можно использовать возможность построения графиков нескольких функций в одной системе координат? (предполагаемый ответ учеников: эту возможность можно использовать для нахождения точек пересечения графиков функций, а значит, решения систем уравнений)

Но, если мы вспомним, как задаются уравнения в системах, то не всегда бывает так, что переменная y выражена через переменную x . Чаще всего уравнения в системах задаются так, что явного выражения нет (неявное задание). Например, $y+5x=8$, $y^2-x^2=5$.

Вопрос ученикам: Как поступить в этом случае, чтобы в системе Maxima построить график уравнения? (предполагаемый ответ учеников: надо разрешить уравнение относительно y)

Да, это можно сделать, но это будут дополнительные вычисления. В системе Maxima есть специальная команда, которая позволяет строить графики функций, заданных неявно. Ее синтаксис: (Слайд 10) (ученики записывают команды в тетрадь)

implicit_plot (выражение, x_range, y_range)

implicit_plot ([выражение1, выражение2, ...], x_range, y_range)

где выражение – это уравнение, задающее неявную функцию, x_range и y_range – промежутки изменения переменных x и y .

Для того, чтобы можно было использовать функцию `implicit_plot`, необходимо подключить пакет, содержащий эту функцию, с помощью команды `load(implicit_plot)`.

Например, построим график неявно заданной функции $3y + 5x = 9$. (Слайд 11) Для этого подключим пакет `implicit_plot` и зададим команду для построения графика. Заметим, что с использованием этой команды можно строить в одной плоскости графики сразу несколько неявно заданных функций.

Первичное закрепление материала: работа учеников с системой Maxima под руководством учителя

Теперь давайте с вами попробуем построить графики функций в системе Maxima.

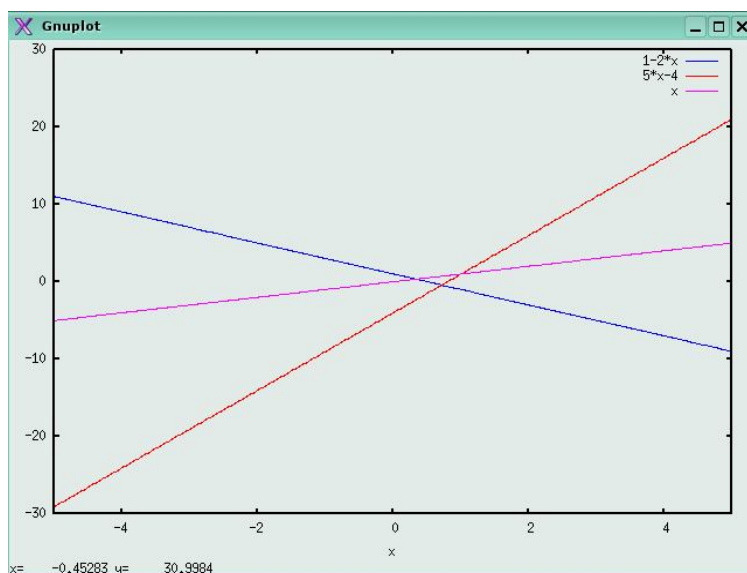
Дома от вас требовалось построить графики функций в тетради. Сейчас мы выполним построение этих же графиков функций в системе Maxima и сравним полученные результаты.

Итак, построим графики линейных функций: $y = -2x + 1$, $y = 5x - 4$, $y = x$ (из д/з 1)

Вспомним, какова область определения линейной функции? (\mathbb{R})

Давайте выполним построение графиков в одной системе координат. Что мы должны для этого сделать? (один ученик говорит последовательность действий, все выполняют эти действия в системе Maxima)

Полученный результат:



Задание: давайте с вами найдем точку пересечения графика функции $y = 5x - 4$ с осью Oy . $(-3, 95)$

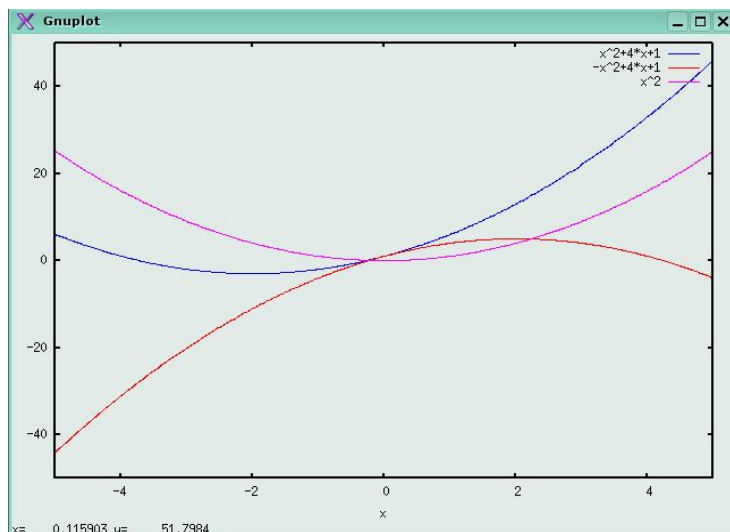
Перейдем ко второму заданию. Построим графики квадратичных функций:

$$y = x^2 + 4x + 1, y = -x^2 + 4x + 1, y = x^2 \quad (\text{из д/з 2})$$

Вспомним, какова область определения квадратичной функции? (R)

Построим графики в одной системе координат. Что мы должны для этого сделать? (один ученик говорит последовательность действий, все выполняют эти действия в системе Maxima)

Полученный результат:



Задание: найти точки пересечения графиков функций $y = -x^2 + 4x + 1, y = x^2$.

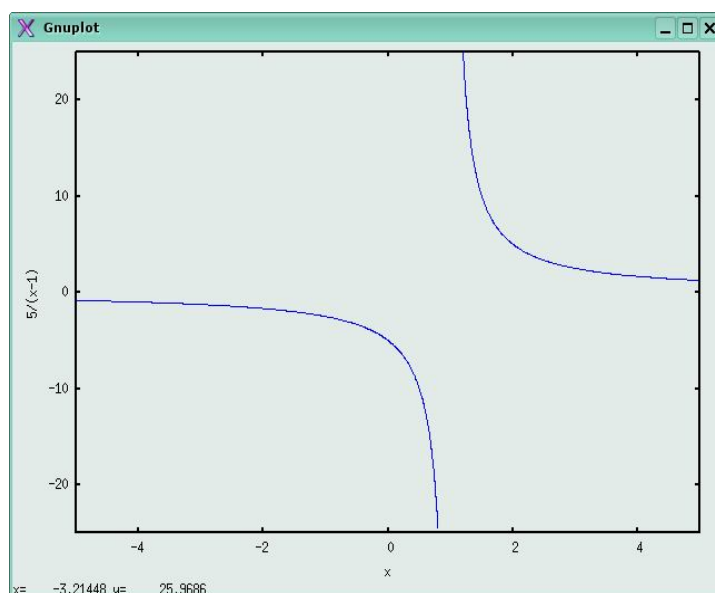
Выполним построение графиков дробно-рациональных функций:

$$y = \frac{5}{x-1}, y = \frac{8}{x+4}$$

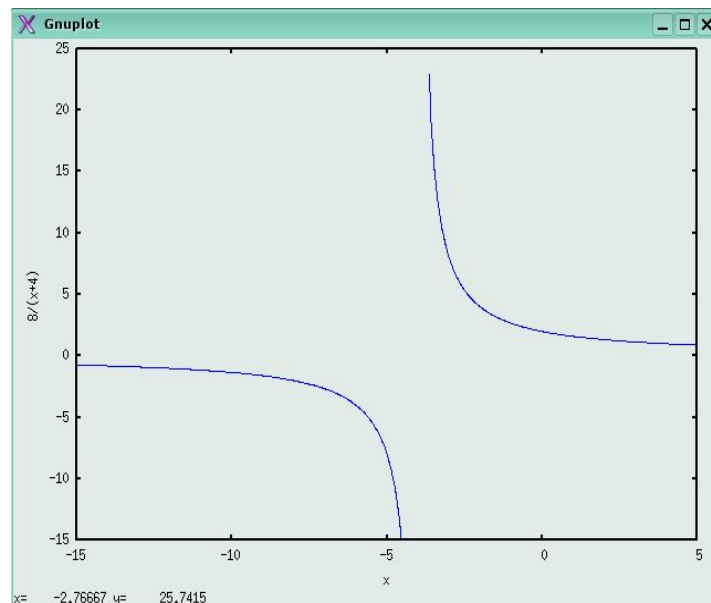
в разных координатных плоскостях. Что для этого нам надо? (один ученик говорит последовательность действий, все выполняют эти действия в системе Maxima)

При выполнении этого задания нужно подобрать промежутки по осям Ox и Oy . Это можно предложить сделать самим ученикам. Наиболее удачный вариант: $[x, -5, 5], [y, -25, 25]$.

Полученный результат:



Аналогично выполняется построение графика второй функции. Полученный результат:



Вспомним, какова область определения дробно-рациональной функции? (все числа за исключением тех, при которых знаменатель дроби обращается в нуль)

Давайте с вами вспомним: Каковы особенности графика дробно-рациональной функции? Как называется график дробно-рациональной функции?

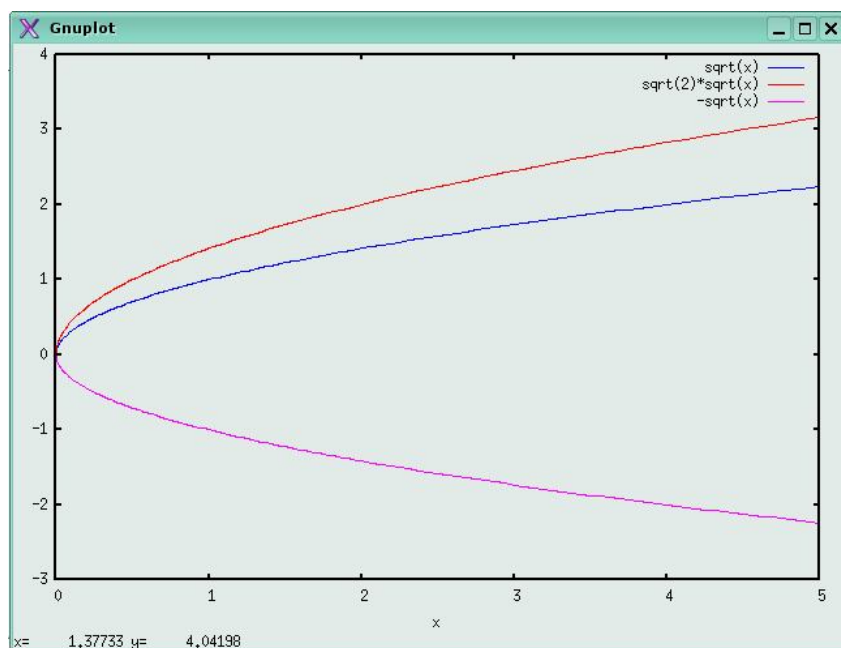
Графики функций $y = \sqrt{x}$, $y = \sqrt{2*x}$, $y = -\sqrt{x}$ из четвертого домашнего задания давайте построим в одной системе координат. Но прежде, давайте посмотрим, какие значения может принимать переменная x ? (только неотрицательные)

Так вот, давайте для начала наложим ограничение на значения, принимаемые переменной x . Для этого в системе Maxima есть команда *assume*.

Задаем команду: `assume(x>0)$`

Теперь можно выполнять построения. (один ученик говорит последовательность действий, все выполняют эти действия в системе Maxima)

Полученный результат:

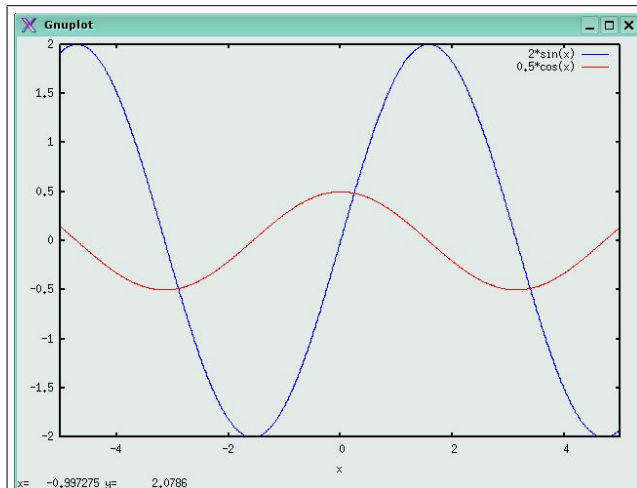


Посмотрите на графики функций и скажите, чем они отличаются?

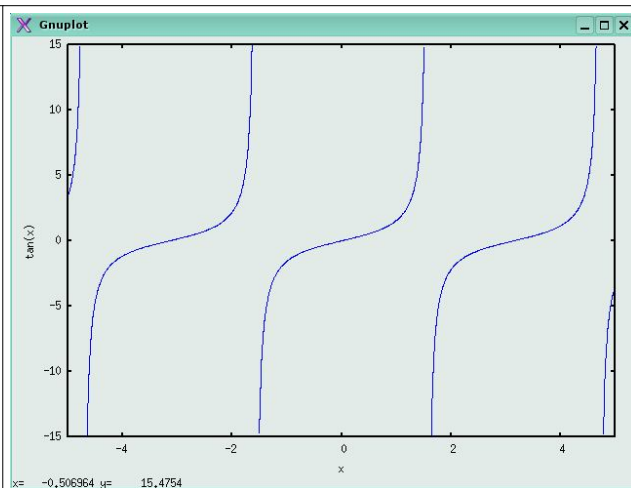
И последнее задание: построить графики тригонометрических функций: $y = 2 \sin x$, $y = 0,5 \cos x$, $y = \operatorname{tg}(x + \pi)$.

Два первых графика строим в одной системе координат, график тангенса строим отдельно.

Полученные результаты:



```
plot2d([2*sin(x), 0.5*cos(x)], [x, -5, 5],
[plot_format, gnuplot],
[gnuplot_preamble, "set grid;"])$
```



```
plot2d([tan(x+%pi)], [x, -5, 5], [y, -15, 15],
[plot_format, gnuplot],
[gnuplot_preamble, "set grid;"])$
```

Закрепление изученного материала: индивидуальная работа учеников с системой Maxima

Перед каждым из вас лежат карточки с заданиями для самостоятельной работы. Вам сейчас предстоит самостоятельно попробовать применить полученные на уроке знания и

решить задания в системе Maxima.

<p style="text-align: center;">Карточка № 1</p> <p>Задание 1. Построить график функции $y = x^3 + 4x - 8$</p> <p>Задание 2. Построить графики функций в одной системе координат $y = x^2, y = (x-5)^2, y = (x+6)^2$</p> <p>Задание 3. Найти точку пересечения графиков функций $y = 5x - 6, y = 4x - 2$</p> <p>Задание 4. Построить график неявно заданной функции $y^2 - x^2 = 6$</p>	<p style="text-align: center;">Карточка № 2</p> <p>Задание 1. Построить график функции $y = \frac{x-1}{x+1}$</p> <p>Задание 2. Построить графики функций в одной системе координат $y = \sin x, y = \sin(x-\pi), y = \sin x + 6$</p> <p>Задание 3. Найти точку пересечения графиков функций $y = 6x - 1, y = -4x + 2$</p> <p>Задание 4. Построить график неявно заданной функции $3y - x^2 = 3$</p>
<p style="text-align: center;">Карточка № 3</p> <p>Задание 1. Построить график функции $y = x \sin x - 3$</p> <p>Задание 2. Построить графики функций в одной системе координат $y = \sqrt{x}, y = \sqrt{x-4}, y = \sqrt{x} + 6$</p> <p>Задание 3. Найти точку пересечения графиков функций $y = -2x + 1, y = -4x + 2$</p> <p>Задание 4. Построить график неявно заданной функции $x^3 = -8y + 5x$</p>	<p style="text-align: center;">Карточка № 4</p> <p>Задание 1. Построить график функции $y = x^3 + 4x^2 - 8x + 6$</p> <p>Задание 2. Построить графики функций в одной системе координат $y = \cos x, y = 2 * \cos x, y = \frac{1}{3} \cos x$</p> <p>Задание 3. Найти точку пересечения графиков функций $y = 5 * x - 6, y = 4 * x - 2$</p> <p>Задание 4. Построить график неявно заданной функции $y^2 - x^2 = 6$</p>

Исследовательская работа учащихся

Как сказал великий писатель Л.Н. Толстой, «если ученик в школе не научился сам ничего творить, то и в жизни он всегда будет только подражать, копировать, так как мало таких, которые бы, научившись копировать, умели сделать самостоятельное приложение этих сведений».

Давайте с вами попробуем выполнить исследовательскую работу. Она будет заключаться в следующем: (карточки с заданиями для каждого ученика)

1. Подобрать две линейные функции, графики которых параллельны. Построить эти графики в системе Maxima
2. Подобрать две квадратичные функции, графики которых симметричны относительно оси Оу. Построить графики в системе Maxima.
3. Дана функция $y = \cos x$. Как добиться того, чтобы график функции лежал выше оси Ох? (Проверьте в системе Maxima)
4. Подобрать две функции, графики которых симметричны относительно прямой $y = x$. (Проверьте в системе Maxima)

3. Заключительный этап урока:

Подведение итогов урока

- подведение итогов урока учениками: что изучали, при решении каких заданий можно использовать графические возможности системы Maxima, синтаксис изученных команд

- оценка работы каждого ученика учителем (выбор лучшей исследовательской работы учеников)
- выставление оценок
- проведение целевой установки на следующий урок: на следующем уроке мы с вами изучим возможности системы Maxima по решению уравнений.

Домашнее задание

Выучить команды для построения графиков в системе Maxima. Выполнить задания в тетради:

1. Решить уравнения:

1. $3x + 4 = 9$ (Ответ: $x = \frac{5}{3}$)

2. $2x - 3 + 4(x - 1) = 5$ (Ответ: $x = 2$)

3. $x^2 + 4x - 9 = 0$ (Ответ: $\pm\sqrt{13} - 2$)

4. $\frac{x+1}{x} = 0$ (Ответ: $x = -1$)

5. $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} = 0$ (Ответ: $x = 0$)

6. $2 - \frac{3}{2 - \frac{3}{2-x}} = \frac{21}{8}$ (Ответ: $x = 4$)

7. $\sqrt{x+3} = -2$ (Ответ: решений нет)

8. $2\sqrt{x+5} = x+2$ (Ответ: $x = 4$)

9. При каком значении параметра a уравнение $ax - 4 = 3x$ имеет корень, равный 8? (Ответ:)

Список использованной литературы

1. Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа 10-11 класс: учебник. - М.: МНЕМОВИНА, 2001.
2. Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа 10-11 класс: задачник. - М.: МНЕМОВИНА, 2001.
3. Сборник задач по математике для поступающих во втузы//Сканави М.И. Книга 1. -М., 1992.
4. Додиер Р. Коротко о Maxima. Пер. А. Бешенов, 2007.
5. Тарнавский Т. Maxima — графики и управляющие конструкции // LinuxFormat, № 11, 2006.