

Методическая разработка системы интегрированных уроков
по информатике и математике
в 10 классе

Урок № 3

Тема: Упрощение выражений

Цель урока:

- обучающая: изучить команды и функции упрощения рациональных и иррациональных выражений, вырабатывать умения и навыки упрощения выражений в системе Maxima;
- развивающая: развитие мышления памяти, способности четко формулировать свои мысли; развитие воображения учащихся; развитие устной речи; продолжить развитие навыков работы на компьютере; развивать устойчивый познавательный интерес у учащихся, интерес к предметам математика и информатика;
- воспитывающая: формирование активной позиции учеников; способствовать формированию чувства взаимопомощи у учеников, желания прийти на помощь товарищу; воспитание информационной культуры учащихся; воспитание у учащихся мотивации учебной деятельности.

Оборудование: мел, доска, 12 компьютеров IBM PC, экран, проектор+компьютер, ОС ALT Linux Master, графическая оболочка wxMaxima, презентация «Упрощение выражений», карточки с заданиями.

Межпредметные связи: применение полученных знаний, умений и навыков для выполнения домашних заданий по математике, самоконтроля.

План – конспект урока:

1. Начальный этап урока: (5 мин)

- 1) организационный момент
- 2) проверка домашнего задания
- 3) мотивация на изучение нового материала
- 4) постановка цели урока
- 5) знакомство с этапами урока

2. Основная часть урока: (33 мин)

1) объяснение нового материала с использованием презентации (7 мин)

3) первичное закрепление материала: работа учеников с системой Maxima под руководством учителя (11 мин)

4) закрепление изученного материала: индивидуальная работа учеников с системой Maxima (15 мин)

3. Заключительный этап урока:(2 мин)

1) итог урока

2) домашнее задание

Оформление доски:

Дата проведения урока Тема: Упрощение выражений <i>Команды преобразования выражений:</i> <i>ratsimp (выражение) — упростить</i> <i>radcan (выражение) — упростить</i> <i>factor (выражение) — разложить на множители</i> <i>expand (выражение) — раскрыть скобки</i>	Задание № 3 (из д/з) $\frac{\frac{1}{a} - \frac{1}{b+c}}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b+c}} \left(1 + \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc} \right) ? \frac{a-b-c}{abc}$ $\frac{\sqrt{(x-a)^3} - (x+a)\sqrt{x-a}}{\sqrt{(x-a)(x+a)}}$
--	---

Ход урока:

1. Начальный этап урока:

Организационный момент: проверка готовности учеников к уроку, отмечаем отсутствующих учеников;

Проверка домашнего задания

На дом вам было задано подготовить ответы на вопросы, которые у вас были на карточках, а также выполнить письменно два задания.

К доске вызываются два ученика: записывают на языке системы Maxima выражения из задания № 2. В это время идет опрос учащихся по вопросам:

1. Как задать имя переменной?
2. Как правильно задать имя встроенной константы?
3. Что такое «команда» и «функция»? Приведите примеры команд и функций.
4. Как задать имя функции пользователя?
5. Для чего используется команда `ev`, `is`?
6. Как записывается команда ветвления?

После окончания устного опроса ученики проверяют правильность задания № 2 на доске, исправляют найденные ошибки.

После чего учитель спрашивает у учеников ответы на задание № 3, называет правильные ответы.

Мотивация на изучение нового материала

Ребята, скажите, хотели бы вы иметь помощника, который бы мог вам подсказать правильный результат? Учащиеся приходят к мнению, что хотели бы иметь такого помощника.

Было бы очень хорошо, если бы система Maxima помогала нам упрощать выражения. Интересно, имеет ли она такую возможность? Как вы думаете? Оказывается, да.

Постановка цели урока

Итак, сегодня на уроке мы с вами познакомимся с возможностями системы Maxima по упрощению выражений, научимся упрощать рациональные и иррациональные выражения. (ученики записывают в тетрадь число, тему урока)

Знакомство с этапами урока

Начнем мы наш урок со знакомства с командами упрощения, разберем ряд примеров, далее попробуем применить команды упрощения в системе Maxima, в конце урока закрепим полученные знания и выполним небольшую проверочную работу.

2. Основная часть урока:

Объяснение нового материала с использованием презентации к уроку № 3 (Приложение)

Начнем рассмотрение команд для работы с выражениями с команд упрощения выражений. (Слайд 1) На самом деле, в системе Maxima очень большой набор команд для работы с выражениями, мы же с вами познакомимся с некоторыми из них.

Первая такая команда называется `rats` и используется для упрощения выражений. (Слайд 2) Ее синтаксис:

ratsimp (выражение)

Задавать команду для упрощения выражения можно несколькими способами. Первый из них — прописать непосредственно в строке ввода команду для упрощения выражения, затем в круглых скобках указать выражение, которое необходимо упростить. (Слайд 2) Второй — воспользоваться пунктом меню *Упростить*. Третий — воспользоваться панелью инструментов, расположенной под строкой ввода. (Слайд 3)

Дома вы выполняли упрощение двух выражений вручную (задание № 3 из д/з). Давайте попробуем упростить выражения из домашнего задания в системе Maxima.

Итак, давайте начнем с первого выражения (выражение записано на доске).

Как видим, выражение очень громоздкое, поэтому при записи выражения на языке системы Maxima можно допустить ошибки. Поэтому поступим следующим образом: прежде чем упрощать выражение, запишем выражение и проверим его правильность. Сделаем это, отключив команду автоупрощения. Как отключить команду автоупрощения? (предполагаемый ответ учеников: задать команду `simp: false`) (Слайд 4)

Убедившись в правильности выражения, можем его упростить. Для этого воспользуемся командой `rats`. (слайд 5) Как видим, выражение было преобразовано системой Maxima и мы получили тот же результат, что и дома. Осталось вычислить значение выражения при заданных значениях переменной. (Слайд 5)

Рассмотреть второй способ упрощения выражения (с использованием панели инструментов) (Слайд 6)

Для упрощения выражений, содержащих переменную под знаком корня, предназначена команда `radcan`. Ее синтаксис: (Слайд 7)

radcan (выражение)

В третьем домашнем задании как раз второе выражение содержит неизвестную величину x под знаком корня (выражение записано на доске). Давайте попробуем упростить наше выражение, применив команду `radcan`.

Сначала, как и в предыдущем примере, зададим выражение под именем `s`, которое требуется упростить. (Слайд 8)

Убедившись в том, что выражение задано правильно, применим команду упрощения

выражения. (Слайд 9) Для этого подключим обратно функцию автоупрощения и применим команду `radcan` к выражению `s`.

Часто при работе с выражениями требуется разложить выражение на множители или, наоборот, раскрыть скобки в выражении. Рассмотрим как в этом случае может помочь система Maxima.

Для разложения выражения на множители можно воспользоваться командой `factor`. (Слайд 10) Ее синтаксис:

factor (выражение)

Выполнять разложение выражения на множители можно несколькими способами. Можно непосредственно в командной строке ввести команду `factor` и в круглых скобках задать выражение (Слайд 11). А можно воспользоваться кнопкой *Факторизовать* на панели инструментов. Рассмотрим пример.

Для раскрытия скобок в выражении можно воспользоваться командой `expand`. (Слайд 12) Ее синтаксис:

expand (выражение)

Первичное закрепление материала: работа учеников с системой Maxima под руководством учителя (ученики делают записи в тетради)

Итак, включаем компьютеры, открываем программу Maxima. Рассмотрим разного типа задания по преобразованию выражений и постараемся в зависимости от поставленной задачи выбрать команду для достижения требуемого результата.

Задание 1. Разложить на множители $x^3 + 3x^2 + 4x^4$. (Один ученик вызывается к доске для записи команды на языке системы Maxima)

Набираем в строке ввода команду и сверяем полученные результаты:

```
(%i1) factor(x^3+3*x^2+4*x^4);  
(%o1) x^2(4x^2+x+3)
```

Самостоятельно попробовали разложить на множители следующее выражение: $a^x + a^{x+1}$. Результат:

```
(%i2) factor(a^x+a^(x+1));  
(%o2) a^x(a+1)
```

Задание 2. Раскрыть скобки в выражении и привести подобные слагаемые $2x - 3 + (5 - 6x - (-3x))$ (ученики выполняют каждый за компьютером)

Результат:

```
(%i3) expand(2*x-3+(5-6*x-(-3*x)));  
(%o3) 2-x
```

Задание 3. Упростить выражение $\frac{x^2}{3ax-2-x+6a} - \frac{x}{3a-1}$.

Вопрос: Какая команда нам поможет упростить выражение? (`ratsimp`)

(один ученик вызывается к доске для записи команды на языке системы Maxima)

Результат:

```
(%i4) ratsimp((x^2)/(3*a*x-2-x+6*a)-x/(3*a-1));
```

```
(%o4) -
$$\frac{2x}{(3a-1)x+6a-2}$$

```

Давайте дополнительно еще разложим полученный результат на множители. Как нам это сделать? (предполагаемый ответ ученика: установить курсор ввода в строку ввода и нажать на кнопку *Факторизовать*) Результат:

```
(%i5) factor(%);
```

```
(%o5) -
$$\frac{2x}{(3a-1)(x+2)}$$

```

Задание 4. Упростить выражение $\left(\frac{1}{x-y} + \frac{3xy}{x^3-y^3}\right) \cdot \left(\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2} - \frac{x+y}{2x-2y}\right)$.

Так как выражение достаточно громоздкое, то сначала зададим само выражение, а уже потом упростим его.

(один ученик вызывается к доске для записи выражения на языке системы Maxima)

```
(%i6) simp:false$ s: (1/(x-y)+(3*x*y)/(y^3-x^3))/  
((x^2+y^2)/(x^2-y^2)-(x+y)/(2*x-2*y));
```

```
(%o7) 
$$\frac{\frac{1}{x-y} + \frac{3xy}{y^3-x^3}}{\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2} - \frac{x+y}{2x-2y}}$$

```

Результат:

```
(%i8) ratsimp(s);
```

```
(%o8) 
$$\frac{2y+2x}{y^2+xy+x^2}$$

```

Задание 5. Упростите выражение $\frac{a^{\frac{4}{3}}x+ax^{\frac{4}{3}}}{a^{\frac{1}{3}}+x^{\frac{1}{3}}}$.

Результат:

```
(%i1) radcan((a^(4/3)*x+a*x^(4/3))/(a^(1/3)+x^(1/3)));
```

```
(%o1) ax
```

Закрепление изученного материала: индивидуальная работа учеников с системой Maxima

Перед каждым из вас лежат карточки с заданиями для самостоятельной работы. Вам сейчас предстоит самостоятельно попробовать применить полученные на уроке знания и решить задания в системе Maxima.

Карточка № 1	Карточка № 2
--------------	--------------

<p>Задание 1: Упростите выражение</p> $\left(\frac{a}{a-1} + \frac{1}{ab-b}\right)\left(\frac{ab+1}{b}\right)^{-1} - \frac{a}{a^2-1}$ <p>Задание 2. Разложите на множители</p> $ax^2 - cx^2 - cx + ax - a - c$ <p>Задание 3. Раскройте скобки и приведите подобные слагаемые</p> $(a-4)(a-2) - (a-1)(a-3)$ <p>Задание 4. Упростите выражение</p> $\left(\frac{a}{a-b} - \frac{b}{a+b}\right) \cdot \left(\frac{a+b}{b} - \frac{a-b}{a}\right)$ <p>Задание 5. Упростите выражение</p> $\left(\frac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} - \sqrt{ab}\right)\left(\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a-b}\right)^2$	<p>Задание 1: Упростите выражение</p> $\left(\frac{\sqrt{a}+2}{(\sqrt{a}+1)^2} - \frac{\sqrt{a}-2}{a-1}\right)\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}}$ <p>Задание 2. Разложите на множители</p> $ax^2 + cx^2 - cx - ax + a + c$ <p>Задание 3. Раскройте скобки и приведите подобные слагаемые</p> $(a-5)(a-1) - (a+2)(a-3)$ <p>Задание 4. Упростите выражение</p> $\left(2x+1 - \frac{1}{1-2x}\right) \cdot \left(2x - \frac{4x^2}{2x-1}\right)$ <p>Задание 5. Упростите выражение</p> $(\sqrt{1-x^2}+1) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1+x}} + \sqrt{1-x}\right)$
<p style="text-align: center;">Карточка № 3</p> <p>Задание 1: Упростите выражение</p> $\frac{0,25(a^{-3/2} - a^{3/2})}{a^{-1} + a + 1} \left(\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1} - \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1}\right)$ <p>Задание 2. Разложите на множители</p> $ax^2 + yx^2 + ax + cx^2 + yx + cx$ <p>Задание 3. Раскройте скобки и приведите подобные слагаемые</p> $(x+1)(x+2) + (x+3)(x+4)$ <p>Задание 4. Упростите выражение</p> $\left(p - q + \frac{4q^2 - p^2}{p+q}\right) \cdot \left(\frac{p}{p^2 - q^2} + \frac{2}{q-p} + \frac{1}{p+q}\right)$ <p>Задание 5. Упростите выражение</p> $\frac{(a-b)^3(\sqrt{a}+\sqrt{b})^{-3} + 2a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}} + \frac{3(\sqrt{ab}-b)}{a-b}$	<p style="text-align: center;">Карточка № 4</p> <p>Задание 1: Упростите выражение</p> $\left(\frac{a}{a+\sqrt{ab}} - \frac{b}{\sqrt{ab}+b}\right)\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}\right)\sqrt{ab}$ <p>Задание 2. Разложите на множители</p> $5ax^2 - 10ax - yx + 2y - x + 2$ <p>Задание 3. Раскройте скобки и приведите подобные слагаемые</p> $(a-1)(a-2) + (a-3)(a-4)$ <p>Задание 4. Упростите выражение</p> $\left(\frac{2}{2x+y} - \frac{1}{2x-y} - \frac{3y}{y^2-4x^2}\right) \cdot \left(\frac{y^2}{8x^2} - 0,5\right)$ <p>Задание 5. Упростите выражение</p> $\frac{4x(x+\sqrt{x^2-1})^2}{(x+\sqrt{x^2-1})^4 - 1}$

Ответы к карточкам: 1. 1. $\frac{1}{a^2-1}$, 1.2. $\frac{2}{a-1}$, 1.3. 1, 1.4. $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2$.

2.1. $(a-c)(x^2+x+1)$, 2.2. $(c+a)(x^2-x+1)$, 2.3. $x(x+1)(y+c+a)$, 2.4. $(x-2)(5ax-c-1)$.

3.1. $5-2a$, 3.2. $11-5a$, 3.3. $2x^2+10x+14$, 3.4. $2a^2-10a+14$.

4.1. $\frac{ab}{a^2-b^2}$, 4.2. $-2x$, 4.3. q^2-pq , 4.4. $-\frac{1}{4x}$.

После выполнения самостоятельной работы учащиеся осуществляют взаимоконтроль: ученики (попарно, желательно чтобы совпадал номер варианта) меняются рабочими местами и проверяют правильность выполнения заданий друг у друга, обсуждают допущенные ошибки, выставляют друг другу оценки.

3. Заключительный этап урока:

Подведение итогов урока

- оценка работы на уроке каждого ученика учителем (выбор самых активных учеников)
- подведение итогов урока учениками
- выставление оценок
- проведение целевой установки на следующий урок: сегодня на уроке мы с вами изучили возможности системы Maxima по упрощению целых и дробных выражений, учились раскрывать скобки в выражении, раскладывать выражение на множители. На следующем уроке мы изучим возможности системы Maxima для преобразования тригонометрических выражений.

Домашнее задание

Выучить синтаксис команд преобразования целых и дробных выражений. Повторить основные тригонометрические тождества, формулы преобразования тригонометрических выражений.

Выполнить задания (вручную, без использования системы Maxima):

1. Раскрыть скобки $\sin(a+2b)$, $\sin(x+y)+\sin(3x+4y)$.
2. Упростить тригонометрическое выражение $\frac{\sin^2 x}{1-\sin^2 x} \operatorname{ctg}^2 x$.
3. Упростить тригонометрическое выражение $2 \cos^2 \frac{x}{2} - \cos x$.

Список использованной литературы

1. Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа 10-11 класс: учебник. - М.: МНЕМОВИНА, 2001.
2. Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа 10-11 класс: задачник. - М.: МНЕМОВИНА, 2001.
3. Сборник задач по математике для поступающих во втузы//Сканави М.И. Книга 1. -М., 1992.
4. Додиер Р. Коротко о Maxima. Пер. А. Бешенов, 2007.
5. Тарнавский Т. Maxima — укротитель выражений // LinuxFormat, № 9, 2006.