

Разработчик:
учитель информатики
Губина Т.Н.

Методическая разработка системы интегрированных уроков
по информатике и математике
в 10 классе

Урок № 2

Тема: Функции и команды системы Maxima

Цель урока:

- обучающая: изучить понятия «команда», «функция» системы Maxima, научиться задавать имена переменных, выражений, функции пользователя, научиться использовать встроенные функции; закрепить полученные знания при решении задач;
- развивающая: развитие памяти; развитие логического мышления, способности четко формулировать свои мысли; развитие устной речи, продолжить развитие навыков работы на компьютере; интерес к предметам математики и информатики;
- воспитывающая: развитие кругозора; воспитание аккуратности при выполнении практических работ; воспитание информационной культуры учащихся; воспитывать у учащихся мотивацию учебной деятельности.

Оборудование: мел, доска, 12 компьютеров IBM PC, экран, проектор+компьютер, ОС ALT Linux Master, графическая оболочка wxMaxima, презентация «Функции и команды системы Maxima», карточки с заданиями, раздаточный материал.

Межпредметные связи: применение полученных знаний, умений и навыков для выполнения домашних заданий по математике, самоконтроля.

План – конспект урока:

1. Начальный этап урока: (5 мин)

- 1) организационный момент
- 2) проверка домашнего задания
- 3) мотивация на изучение нового материала
- 4) постановка цели урока
- 5) знакомство с этапами урока

2. Основная часть урока: (33 мин)

- 1) объяснение нового материала с использованием презентации (8 мин)
- 2) первичное закрепление материала: работа учеников с системой Maxima под

руководством учителя (10 мин)

4) закрепление изученного материала: самостоятельная работа учеников с системой Maxima (15 мин)

3. Заключительный этап урока: (2 мин)

- 1) итог урока
- 2) домашнее задание

Оформление доски:

<p>Дата проведения урока Тема: Функции и команды системы Maxima</p> <p style="text-align: right;">У математиков существует свой язык — это формулы Ковалевская С.В.</p> <p><i>переменная: значение</i> <i>ev(выражение, переменная1=значение1, переменная2=значение2,...)</i> <i>is (левая_часть=правая_часть)</i></p>
--

Ход урока:

1. Начальный этап урока

Организационный момент: проверка готовности учеников к уроку, отмечаем отсутствующих учеников.

Проверка домашней работы

На предыдущем уроке мы с вами начали знакомиться с системой Maxima, познакомились с интерфейсом окна программы, изучили синтаксис языка системы, учились находить значения числовых выражения. Давайте повторим материал урока.

Трое учеников записывают на доске на языке системы Maxima выражения из домашнего задания, остальные ученики отвечают на вопросы:

1. Из чего состоит интерфейс окна программы?
2. Для чего предназначена строка ввода?
3. Что такое команда?
4. Что такое ячейка ввода и ячейка вывода?
5. Для чего предназначена команда автоупрощения?
6. Как добавить строку ввода или строку текста в заданное место документа?
7. Как удалить лишнюю строку ввода?
8. Каков синтаксис языка системы Maxima?
9. Что нужно сделать, чтобы изменить порядок действий в выражении?

После ответов на вопросы ученики все вместе проверяют правильность выражений, записанных на доске, исправляют ошибки.

Мотивация на изучение нового материала

Работая на уроках математики, нам приходится постоянно иметь дело с буквами латинского алфавита, которые вместе с числами и знаками образуют выражения.

Как мы называем эти буквы? (неизвестные величины; величины, изменяющие свое значение)

Неизвестные величины входят в выражения, функции, равенства, тождества, уравнения, математические формулы.

Вопросы к ученикам:

1. Приведите пример выражения, содержащего неизвестные величины.
2. Приведите пример функции.
3. Приведите пример математического равенства.
4. Чем равенство отличается от тождества?
5. Приведите пример математической формулы.

Практически при решении любой задачи мы с вами сталкиваемся с этими величинами, с помощью известных величин, правил преобразования мы стараемся получить их значение.

Так как система *Math* является системой для решения математических задач, то и ей постоянно приходится сталкиваться при решении задач с величинами, значение которых неизвестно. Над этими величинами в системе можно проделывать различные действия. Сегодня на занятии мы и познакомимся с некоторыми из этих действий.

Постановка цели урока

На сегодняшнем уроке нам с вами предстоит познакомиться с понятиями «команда» и «функция» языка системы *Math*, а также научиться работать с некоторыми из них. (ученики записывают в тетрадь число, тему урока)

Знакомство с этапами урока

На сегодняшнем уроке мы с вами научимся работать с переменными, константами, задавать функции пользователя, использовать встроенные функции, закрепим полученные знания при выполнении самостоятельной работы в конце урока.

2. Основная часть урока

Объяснение нового материала с использованием презентации к уроку № 2 (Приложение)

Каждая система компьютерной математики, как и система программирования, имеет свой язык, без знания которого не обойтись. При работе с системами компьютерной математики необходимо знать правила синтаксиса встроенного языка. В некоторыми из них мы познакомились на предыдущем уроке. Но это далеко не весь перечень. Ведь очень часто при работе с выражениями, формулами нам приходится иметь дело не только с числами, но и с величинами, изменяющими свое значение. Мы их называем переменными. Кроме того, в выражения и формулы часто входят различные математические функции: синус, косинус, модуль числа, квадратный корень и др. Есть величины, которые называются константами (постоянными величинами): число «пи». Система *Math* была бы «однобокой», если бы не имела возможности работать с такими величинами.

Итак, как же в системе *Math* использовать переменные, константы, математические функции?

Как в любом языке программирования, в *Math* есть переменные, константы, знаки арифметических операций, знаки отношения, встроенные математические функции, возможность задания функций пользователя, операторы и др.

Начнем нашу работу со знакомства с правилами задания имен переменных, констант и

функций. (Слайд 2)

Значение переменной присваивается с помощью символа «:». Двоеточие можно понимать так, что мы задаем некоторое обозначение, а затем через двоеточие расшифровываем, что именно оно обозначает. После того, как выражение получило имя, мы в любой момент можем вызвать его по имени.

Пример. Найти значение выражения $3*a + \frac{7}{b}$ при $a=6$ и $b=4$ (Слайд 3)

1 способ. Зададим команду в строке ввода: $a:6\$b:4\$3*a+7/b;$

2. способ. Для вычисления значения какого-либо выражения можно воспользоваться функцией `ev`.

Она имеет следующий синтаксис:

$ev(\text{выражение}, \text{переменная1}=\text{значение1}, \text{переменная2}=\text{значение2}, \dots)$

Тогда задаем команду в следующем виде: $ev(3*a+7/b, a=6, b=4)$

Значения имен переменных сохраняются на протяжении всей работы с документом. (Слайд 4) Если необходимо снять определение с переменной, то это можно сделать с помощью функции `kill()`. Для этого нужно набрать `kill(name)`, где `name` — имя уничтожаемого выражения; причем это может быть как имя, назначенное вами, так и любая ячейка ввода или вывода. Точно так же можно очистить всю память и освободить все имена, введя команду `kill(all)` (или выбрать меню *Maxima*->*Очистить память*). В этом случае очистятся в том числе и все ячейки ввода-вывода, и их нумерация опять начнется с единицы.

В системе *Maxima* имеется множество встроенных функций. Заметим, что в системе *Maxima* нет четкого разграничения между операторами и функциями. Более того, каждый оператор — это на самом деле функция. (Слайд 5)

Так, например, арифметический оператор «+» можно задать привычным для нас способом: $1+2+3+4$, а можем задать как функцию в виде «+»(1,2,3,4). Результат вычислений будет один и тот же.

Теперь перейдем к изучению встроенных функций системы *Maxima*. Если вы вспомните, то в каждом языке программирования есть два вида функций. Какие? (предполагаемый ответ учеников: встроенные функции и функции пользователя). Какая функция называется встроенной? Какая функция называется функцией пользователя?

Давайте с вами рассмотрим некоторые встроенные функции системы *Maxima*. (Слайд 6-7)

Обратите внимание, что перед вами на столах лежат карточки с некоторыми часто используемыми встроенными функциями системы *Maxima*. Эти карточки вам понадобятся для выполнения самостоятельной работы в конце урока.

Некоторые встроенные функции системы Maxima

$n!$ - вычисление факториала натурального числа n

$n!!$ - вычисление полуфакториала натурального числа n

$\max(x_1, \dots, x_n)$ и $\min(x_1, \dots, x_n)$ — нахождение соответственно максимального и минимального из заданных чисел

Некоторые встроенные математические функции системы Maxima

abs (x)	Модуль числа x
sqrt (x)	Квадратный корень из x
acos (x)	Арккосинус аргумента x
acot (x)	Арккотангенс аргумента x
acsc (x)	Арккосеканс аргумента x
asec (x)	Арксеканс аргумента x

asech (x)	Гиперболический арксеканс аргумента x
asin (x)	Арксинус аргумента x
asinh (x)	Гиперболический арксинус аргумента x
atan (x)	Арктангенс аргумента x
cosh (x)	Гиперболический косинус аргумента x
coth (x)	Гиперболический котангенс аргумента x
csc (x)	Косеканс аргумента x ($\text{csc}(x)=1/\sin(x)$)
sec (x)	Секанс аргумента x ($\text{sec}(x)=1/\cos(x)$)
sin (x)	Синус аргумента x
sinh (x)	Гиперболический синус аргумента x
tan (x)	Тангенс аргумента x
tanh (x)	Гиперболический тангенс аргумента x
log (x)	Натуральный логарифм x
exp (x)	Экспонента x - e^x , $e \approx 2,7$

Заметим, что в системе Maxima есть все элементарные математические функции и, если вы посмотрите внимательно, с некоторыми из них вы еще не успели познакомиться.

Но одними встроенными функциями не обойтись. Очень часто при решении математических задач нам приходится иметь дело со сложными функциями, которые строятся на основе элементарных математических функций.

Поэтому в системе Maxima предусмотрена возможность задания функций пользователя. (Слайд 8) Делается это с помощью символа «:=». Например, зададим функцию $y = \sin x + \cos^2 x$. Для этого зададим команду в строке ввода: $y(x) := \sin(x) + \cos(x)^2$; .

В чем же заключается удобство работы с функциями пользователя? (возможно кто-то из детей попробует ответить на вопрос) (Слайд 9)

Оказывается, что мы можем очень быстро и удобно находить значение функции в заданной точке. Например, вычислим значение нашей функции в точке $x=9$. Для этого в строке ввода задаем команду: $y(9)$.

Какие же встроенные константы есть в системе Maxima? (Слайд 10) Оказывается, встроенными являются число «пи» и экспонента «е». Разработчики системы Maxima посчитали удобным начинать имена всех встроенных служебных имен: констант, переменных, зарезервированных слов, с символа %. Сделано это для того, чтобы избежать возможных накладок с пользовательскими именами. Поэтому для использования константы π необходимо записать обращение к ней в виде %pi, константы e — в виде %e.

Первичное закрепление материала: работа учеников с системой Maxima под руководством учителя (ученики делают записи в тетради)

Итак, включаем компьютеры, открываем программу Maxima. Первое наше с вами задание будет достаточно простым.

Задание 1. Найти значение выражения $\frac{\sqrt{(b+2)^2-8b}}{\sqrt{b}-\frac{2}{\sqrt{b}}}$ при $b=0,0025$. (один ученик

вызывается к доске для записи выражения на языке системы Maxima)

Давайте теперь в строке ввода зададим наше выражение и дадим ему имя v, чтобы в дальнейшем мы могли обратиться к нему по имени. Но прежде отключим функцию

автоупрощения, чтобы можно было убедиться в том, что вы не ошиблись и выражение задано правильно:

```
(%i1) simp:false$
(%i2) v: (sqrt((b+2)^2-8*b))/(sqrt(b)-2/sqrt(b));
(%o2) 
$$\frac{\sqrt{(b+2)^2-8b}}{\sqrt{b}-\frac{2}{\sqrt{b}}}$$

```

Теперь подставим вместо b значение 0,0025 в выражение v с помощью команды `ev` и найдем значение выражения.

```
(%i3) simp:true$
(%i4) ev(v, b=0.0025);
(%o4) - 0.05
```

Давайте выполним задание на работу с выражениями, содержащими встроенные математические функции.

Задание 2. Вычислить $\frac{4 \sin 25^\circ \sin 65^\circ}{\cos 40^\circ}$. (используется карточка со встроенными математическими функциями)

Особенностью системы Maxima является то, что по умолчанию она работает с углами, выраженными в радианах. В нашем же примере угол выражен в градусах. Поэтому для корректного решения нам необходимо вспомнить формулу перехода от градусов к радианам. (ученики выводят формулу $n^\circ = \frac{\pi}{180^\circ} * n$)

Тогда зададим функцию пользователя, которая будет вычислять значение угла в радианах по формуле:

```
(%i1) a(n):=%pi*n/180;
(%o1) a(n):=
$$\frac{\%pi n}{180}$$

```

Теперь зададим само выражение (сначала один ученик записывает выражение на доске):

```
(%i2) 4*sin(a(25))*sin(a(65))/cos(a(40));
(%o2) 
$$\frac{4 \sin\left(\frac{5\%pi}{36}\right) \sin\left(\frac{13\%pi}{36}\right)}{\cos\left(\frac{2\%pi}{9}\right)}$$

```

Как видим, система сразу не вывела нам результат в виде числа, поэтому попросим ее это сделать. Давайте вспомним материал предыдущего урока: Как задать команду системе Maxima, чтобы представить полученный результат в виде десятичной дроби?

(предполагаемый ответ учеников: выбираем пункт меню *Численные вычисления*, подпункт *B* число с плавающей запятой)

```
(%i3) float(%), numer;  
(%o3) 2.0
```

Теперь давайте перейдем к работе с функциями пользователя.

Задание 3. Найти значение функции $y = x^7 - 5x - \sin x^2 + |x|$ при $x = 0,2$ $x = 4$.
(используется карточка со встроенными математическими функциями)

Давайте попробуем записать имя функции на доске (один ученик работает у доски).
Теперь задаем команду в строке ввода и нажимаем клавишу Enter:

```
(%i4) y(x) := x^7 - 5*x - sin(x^2) + abs(x);  
(%o4) y(x) := x^7 - 5 x - sin(x^2) + |x|
```

Теперь посчитаем значение функции:

```
(%i5) y(0.2);y(4);  
(%o5) -0.83997653418663  
(%o6) 16368 - sin(16)
```

Самостоятельно представьте второй результат в виде десятичного числа.

Задание 4. (дополнительно) Расположите в порядке возрастания числа:
 $\sin \frac{\pi}{7}, \sin \frac{\pi}{5}, \sin \frac{2\pi}{3}, \sin \frac{7\pi}{6}, \sin \frac{4\pi}{3}$.

Для решения поставленной задачи зададим команды для представления значения каждого из синусов в виде десятичной дроби. Например, для $\sin \frac{\pi}{7}$ получим:

```
(%i3) sin(%pi/7), numer;  
(%o3) 0.43388373911756
```

Аналогично для всех остальных синусов (для удобства и быстроты выполнения задания внимание учеников акцентируется на использовании истории действий в строке ввода. Поясняется, что все команды, которые мы задаем системе для исполнения, фиксируются и запоминаются в строке ввода. В том случае, если нужно задать похожую команду, то можно пролистать с помощью клавиш передвижения курсора «вверх» и «вниз», найти похожую команду, исправить ее в нужном месте и заново оценить. Это сокращает время набора команд)

Ответ: $\sin \frac{4\pi}{3}, \sin \frac{7\pi}{6}, \sin \frac{\pi}{7}, \sin \frac{\pi}{5}, \sin \frac{2\pi}{3}$.

Задание 5. Докажите тождество: $\sin \pi - t = \sin t$.

Вспомните, какие существуют способы доказательства тождеств. (предполагаемые ответы учеников: составляется разность между правой и левой частью, упрощается и сравнивается с нулем: если разность равна нулю, то тождество доказано; упрощается

отдельно левая и правая часть тождества и сравниваются полученные результаты: если оказалось, что левая часть равна правой, то тождество верно)

Так как наше тождество достаточно простое, давайте составим разность левой и правой частей:

```
(%i9) sin(%pi-t)-sin(t);
(%o9) 0
```

Таким образом, делаем вывод о том, что тождество верно.

В системе Maxima есть специальная функция, которая может сравнивать между собой левую и правую часть какого-то равенства. Ее синтаксис:

is (левая_часть=правая_часть)

Если равенство верно, то эта функция возвращает значение равное «true», если не верно, то - «false».

```
(%i8) is(sin(%pi-t)=sin(t));
(%o8) true
```

Закрепление изученного материала: самостоятельная работа учеников с системой Maxima

Как говорил известный математик Спенсер Г. «Дороги не те знания, которые отлагаются в мозгу, как жир; дороги те, которые превращаются в умственные мышцы». Поэтому давайте каждый из вас сейчас не будет наблюдать как работает сосед и копировать его действия, а постарается сам выполнить все задания.

Перед каждым из вас лежат карточки с заданиями для самостоятельной работы. Вам сейчас предстоит самостоятельно попробовать применить полученные на уроке знания и решить задания в системе Maxima.

Карточка № 1	Карточка № 2
Задание 1: Вычислите $\frac{2x^2-2y^2}{(x+y)(x-y)}$, если: а) $x=2, y=3$, б) $x=1,3, y=-0,5$ Задание 2. Докажите, что верно равенство: $\sin 20^\circ + \sin 40^\circ - \cos 10^\circ = 0$. Задание 3. Найдите значение функции $y = \frac{x+5x}{x-1}$ в точке $x=4$. Задание 4 (*). Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \begin{cases} 2x^2, & \text{если } x \leq 0 \\ \sqrt{x}, & \text{если } x > 0 \end{cases}$. Найти $f(-1), f(0), f(4)$.	Задание 1: Вычислите $5x-3y^3+7xy$, если: а) $x=5,52, y=12\frac{1}{5}$, б) $x=18, y=2,1$ Задание 2. Докажите, что верно равенство: $\cos 85^\circ + \cos 35^\circ - \cos 25^\circ = 0$ Задание 3. Найдите значение функции $y = \frac{x^2-6x}{x^2+1}$ в точке $x=1/5$. Задание 4 (*). Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \begin{cases} 3/x, & \text{если } 0 < x \\ x , & \text{если } x \geq 0 \end{cases}$. Найти $f(-3), f(0), f(6)$.
Карточка № 3	Карточка № 4
Задание 1: Вычислите $\frac{3x^2+y^2}{x+xy+y}$, если: а) $a=20, b=14$, б) $a=10,8, b=-5$	Задание 1: Вычислите $\frac{6a+7b}{3a-4b}$, если: а) $a=20, b=14$, б) $a=10,8, b=-5$

<p>а) $x=1, y=\frac{1}{5}$, б) $x=1,5, y=-1,5$</p> <p>Задание 2. Докажите, что верно равенство: $\sin 87^\circ - \sin 59^\circ - \sin 93^\circ + \sin 61^\circ = \sin 1^\circ$</p> <p>Задание 3. Найдите значение функции $y = 2 \operatorname{tg} \left(x - \frac{\pi}{3} \right)$ в точке $x = \frac{2\pi}{3}$.</p> <p>Задание 4 (*). Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \begin{cases} -3/x, & \text{если } x < -1 \\ x + 2, & \text{если } x \geq -1 \end{cases}$.</p> <p>Найти $f(-3), f(-0,6), f(4)$.</p>	<p>Задание 2. Докажите, что верно равенство: $\cos 115^\circ - \cos 35^\circ + \cos 65^\circ + \cos 25^\circ = \sin 5^\circ$</p> <p>Задание 3. Найдите значение функции $y = x^3 - 6x^2 + 5x - x$ в точке $x = -3,4$.</p> <p>Задание 4 (*). Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \begin{cases} -2x^2 + 2, & \text{если } x > 1 \\ 2x + 3, & \text{если } x \leq 1 \end{cases}$.</p> <p>Найти $f(1), f(0), f(-4)$.</p>
<p style="text-align: center;">Карточка № 5</p> <p>Задание 1: Вычислите $\frac{a^2 - 2ab + b^2}{a - 2b}$, если:</p> <p>а) $a = 13, b = \frac{11}{15}$, б) $a = 7,4, b = 3,6$</p> <p>Задание 2. Докажите, что верно равенство: $\frac{\sin 40^\circ + \operatorname{tg} 40^\circ}{\operatorname{tg} 40^\circ} = 1 + \cos 40^\circ$</p> <p>Задание 3. Найдите значение функции $y = 2 \sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right) + 1$ в точке $x = \frac{4\pi}{6}$.</p> <p>Задание 4 (*). Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \begin{cases} x, & \text{если } x < 0 \\ 2x^2 - 4x + 3, & \text{если } x \geq 0 \end{cases}$.</p> <p>Найти $f(-3), f(0), f(2)$</p>	<p style="text-align: center;">Карточка № 6</p> <p>Задание 1: Вычислите $1/13x + y^4 - (x+y)^2$, если:</p> <p>а) $x = 1,1, y = \frac{13}{5}$, б) $x = 1,41, y = -7$</p> <p>Задание 2. Докажите, что верно равенство: $\sin^2 25^\circ \cdot (1 + \operatorname{ctg}^2 25^\circ) = 1$</p> <p>Задание 3. Найдите значение функции $y = -\sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right)$ в точке $x = \frac{-\pi}{2}$.</p> <p>Задание 4 (*). Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2, & \text{если } x < -2 \\ 2 x - 2, & \text{если } x \geq -2 \end{cases}$.</p> <p>Найти $f(-7), f(0), f(5)$.</p>

Подсказка к заданию № 4. Использовать встроенную функцию разветвления вычислительного процесса. Ее синтаксис:

if условие then действие_1 else действие_2

Применительно к нашей задаче функция может быть записана в следующем виде:

f(x) := if условие then формула_1 else формула_2

3. Заключительный этап урока

Подведение итогов урока

- демонстрация итоговых работ (отметить работы с дополнительными элементами, которые внесены по инициативе учащихся).
- разбор типичных ошибок, допущенных в ходе индивидуальной работы учащихся.
- оценка работы каждого ученика учителем (выбор лучшей работы учеников)
- выставление оценок
- проведение целевой установки на следующий урок: сегодня на уроке мы с вами научились записывать выражения, содержащие переменные, встроенные математические функции и константы, находить их значения, задавать функции пользователя. На следующем уроке мы рассмотрим возможности системы Maxima по упрощению выражений.

Домашнее задание

1. Перед вами на столах лежат карточки, на которых написаны встроенные функции системы Махіма, дома переписать их к себе в тетрадь и выучить. Ниже находятся вопросы, ответы на которые нужно выучить.

Вопросы:

1. Как задать имя переменной?
2. Как правильно задать имя встроенной константы?
3. Что такое «команда» и «функция»? Приведите примеры команд и функций.
4. Как задать имя функции пользователя?
5. Для чего используется команда ev, is?
6. Как записывается команда ветвления?

2. Записать на языке системы Махіма следующие выражения:

$$2.1. \left[4(a+1) + \left(\frac{\sqrt[6]{ab^2} + \sqrt{a}}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} + \sqrt[6]{a} \right)^3 \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$2.2. \frac{\operatorname{ctg} a - \operatorname{tg} a}{\operatorname{tg} a + \operatorname{ctg} a} \cdot \frac{3}{\cos 2a}$$

3. Упростить выражение и найти значение выражения при указанных значениях переменной (обычным способом без использования системы Махіма):

$$3.1. \frac{\frac{1}{a} - \frac{1}{b+c}}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b+c}} \left(1 + \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \right) ? \frac{a-b-c}{abc} \text{ при } a=0,02, b=-11,05, c=1,07 \text{ (ответ: } 0,1)$$

$$3.2. \frac{\sqrt{(x-a)^3} - (x+a)\sqrt{x-a}}{\sqrt{(x-a)(x+a)}} \text{ при } x=3, a=1 \text{ (ответ: } 1)$$

Список использованной литературы

1. Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа 10-11 класс: учебник. - М.: МНЕМОВИНА, 2001.
2. Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа 10-11 класс: задачник. - М.: МНЕМОВИНА, 2001.
3. Сборник задач по математике для поступающих во втузы // Скнави М.И. Книга 1. -М., 1992.
4. Додиер Р. Коротко о Махіма. Пер. А. Бешенов, 2007.
5. Тарнавский Т. Махіма — функции и операторы // LinuxFormat, № 8, 2006.